

## Визначення характеристик дифрагованого хвилювання кінцевої амплітуди навколо судна на значному мілководді

Н. В. Єфремова, О. Ю. Нільва, Н. Н. Котовська, М. В. Дрига

*Судна на мілководній рейдовій стоянці є під впливом складної системи хвиль. Ця система – результат дифракції на судні хвилювання, що набігає з моря. При переході на мілководдя тривимірні хвилі стають двовимірними. Довжини хвиль зменшуються, періоди зберігаються. Гребені хвиль стають вище й загострюються. Навколо судна на рейдовій стоянці виникає зона трансформації, де хвилювання знову стає тривимірним. Визначення характеристик трансформованого судном хвилювання важливо для проведення робіт з ліквідації аварійних розливів нафти. Буксири, нафтосміттєзбірники, бонопостановники повинні працювати в будь-якій точці навколо аварійного судна, зокрема з боку набігання. Тому розміри зони трансформації хвилювання й висоти хвиль у цій зоні визначають безпеку експлуатації допоміжних суден. Існуюче рішення лінійної дифракційної задачі повинне бути перероблене для використання нелінійної теорії хвиль.*

*Наведене рівняння хвильового профілю в заданих точках спостереження навколо нерухомого подовженого судна на значному мілководді. Рівняння отримане з виразу для потенціалу швидкостей дифрагованого хвильового руху, викликаного набіганням косих регулярних хвиль кінцевої амплітуди. Характеристики хвиль, що набігають, визначені по теорії Стокса п'ятого порядку. Нелінійну задачу перетворено до комбінації п'яти лінійних. Рішення виконано методом зрощуваних асимптотичних розвинень (ЗАР).*

*По отриманих формулах виконані розрахунки хвильових профілів у заданих точках навколо судна в задані моменти часу. Варіюються глибина акваторії, крутість хвиль, курсовий кут хвилювання. Наведені приклади профілів нелінійних і лінійних хвиль у площині перетину судна. Показані подібність і відмінності лінійних і нелінійних хвиль навколо судна на мілководній рейдовій стоянці*

*Ключові слова: дифракція нелінійних хвиль на судні, метод зрощуваних асимптотичних розвинень, значне мілководдя*

### 1. Вступ

У задачах гідродинаміки морських хвиль і суден відбувається перехід від лінійних теорій і співвідношень до нелінійних. Такий перехід виправданий для вітрових хвиль граничної крутості на глибокій воді, для довгих хвиль на значному мілководді та у зоні руйнування хвиль.

Значна частина українського сектора акваторії Чорного моря відносно мілководна. У прибережній зоні, де розташовані порти, спостерігаються круті та великі хвилі, особливо взимку.

Хвилювання, що приходить із глибоководних районів відкритого моря, складним образом трансформується на мілководді. На цей процес впливають місцеві погодні умови та рельєф дна. Хвилі із тривимірних перетворюються майже у двовимірні. Великі хвилі зменшуються, дрібні збільшуються по довжині й висоті [1].

Багатотоннажні судна перебувають на рейдових стоянках для часткового довантажування, розвантажування або бункерування. Ці судна знаходяться під дією хвилювання, що набігає з моря. Водночас судна перешкоджають розповсюдженню хвиль. Навколо судна на рейдовій стоянці створюється зона вторинної трансформації хвилювання. Таке хвильове поле являє собою суперпозицію хвилювання, що набігає, та дифрагованого хвилювання.

Визначення характеристик хвилювання навколо суден на відкритій рейдовій стоянці необхідно для плануванні роботи допоміжних суден, а саме: буксирів, бункерувальників, лоцманських і рейдових катерів, нафтосміттезбірачів та бонопостановників. Експлуатація цих суден пов'язана з безпекою мореплавання (передача людей і вантажів з одного судна на інше) і екологічною безпекою (ліквідація розливів нафти й нафтопродуктів).

Особливо слід відзначити специфіку роботи буксирів-рятівників, нафтосміттезбірачів та бонопостановників в умовах рейдової стоянки. Необхідно мати можливість прогнозувати безпечні траєкторії руху та помірну хитавицю допоміжних суден на складному тривимірному хвилюванні. Також треба врахувати, що висота хвиль є одним з параметрів, за якими прогнозується рух нафтової плями при розливі нафти [2].

Експлуатація допоміжних суден суттєво залежить від висоти та довжини хвиль. Визначення характеристик хвиль на рейдовій стоянці необхідне для безпечної роботи допоміжних суден, тому є актуальною задачею.

## **2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми**

У роботі [3] наведено рішення лінійної дифракційної задачі для нерухомого подовженого судна на мілководді. Хвилювання набігає на судно під довільним кутом. Результатами роботи є визначені хвильові поля навколо судна при різних значеннях глибини акваторії та довжини хвиль. Ці результати показують, як саме трансформується хвилювання навколо багатотоннажного судна на рейдовій стоянці. Але при використанні лінійної теорії не можна врахувати зв'язок висоти хвилі з її довжиною. Тому треба знайти рішення дифракційної задачі з використанням теорії хвиль кінцевої амплітуди та порівняти відповідні результати.

Більшість існуючих нелінійних рішень дифракційної задачі протягом останніх років присвячено оцінці впливу хвиль на стаціонарні або рухомі шельфові споруди.

У статті [4] обговорюються основні рівняння, що дозволяють визначити трансформацію хвиль у прибережній зоні. Діапазон – від лінійних періодичних хвиль до нелінійних випадкових хвиль. Надано систематичний огляд теорій усталених періодичних хвиль (Стокса й кноїдальних). Вказано області застосування цих теорій. Для випадкових хвиль надано метод оцінки спрямованих спе-

ктрів. Наведені хвильові рівняння для оцінки комбінованої рефракції й дифракції лінійних періодичних хвиль. Надані рівняння для розрахунків нелінійних хвильових перетворень на мілководді. Показані хвильові профілі, визначені за різними теоріями. Результати наведені для декількох значень глибин акваторії, періодів і висот хвиль. Досліджується хвилювання в гавані з пологим дном і поблизу підводного хвилелому.

Дифракція кноїдальних хвиль на вертикальних циліндрах в умовах мілководдя вивчається в роботі [5]. Хвильові сили та моменти визначені з використанням рівнянь Boussinesq і Green-Naghdi для одиночного циліндра та групи циліндрів, розташованих у ряд.

Рішення дифракційної проблема важливо для пристроїв та устаткування, що використовують енергію океанських хвиль для виробництва електроенергії – Oscillating Water Column (OWC). У статті [6] надано аналітичне рішення першого порядку задачі про дифракцію океанських хвиль на пустотілому вертикальному циліндрі в океані кінцевої глибини. Для цього ж об'єкта у роботі [7] автори визначили хвильове поле, створене циліндром, який здійснює коливання. Також у цій роботі вирішено комбіновану задачу дифракції-випромінювання.

Дослідження [8] присвячене взаємодії нелінійних хвиль із вертикальним циліндром і групою із чотирьох циліндрів. Використовується метод кінцевих різниць (FDM), методи кінцевих елементів (Weakly Nonlinear and Weakly Dispersive FEM, Fully Nonlinear and Weakly Dispersive FEM). При розповсюдженні та зіткненні одиночних хвиль визначені піднесення вільної поверхні та коефіцієнти гідродинамічних сил. Надані результати розрахунків і зіставлення з експериментальними даними.

У статті [9] розглядаються вертикальні переміщення вертикальних кругових циліндрів. Для рішення потенціальних задач першого й другого порядків використано метод кінцевих елементів. Для одиночного циліндра та груп із двох і чотирьох циліндрів визначені хвильові поля й хвильові навантаження.

Нелінійна дифракційна задача розглянута у роботі [10]. Наведено повне аналітичне рішення другого порядку цієї задачі для двовимірних нерухомих прямокутних циліндрів на вільній поверхні рідини кінцевої глибини. Визначені величини вертикальних і горизонтальних сил першого й другого порядків. Порівнянням з експериментами й розрахунками інших авторів підтверджена вірогідність рішення.

Варто відмітити, що у статтях [6] та [10] використано ту саму систему властивих функцій, що у роботі авторів [3].

Експлуатація платформ із попередньо натягнутими зв'язками (tension leg platforms, TLPs) потребує вирішення задачі про вплив хвиль на групи вертикальних циліндрів. Чисельне моделювання взаємодії нелінійних хвиль із системою двох вертикальних кругових циліндрів описане у статті [11]. Один циліндр жорстко закріплений на дні, другий плаває. Визначені характеристики хвильових сил і моментів, а також переміщення плаваючого циліндра.

Дифракція та рефракція хвиль у рідині кінцевої глибини досліджується у роботі [12]. Задача вирішена методом кінцевих елементів із застосуванням дискретних нелокальних (discrete non-local, DNL) граничних умов. Досліджувани

об'єкти – канал прямокутного перетину, круговий циліндричний острів з параболічним дном довкола нього. Наведені характеристики хвилювання.

Взаємодії хвиль із вертикальним циліндром присвячено статтю [13]. Досліджене чисельне моделювання (CFD) цього процесу. Вирішується рівняння Рейнольдса осередненого турбулентного руху рідини (Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS). Моделюється регулярне й нерегулярне хвилювання малої й кінцевої амплітуди (second-order Stokes) у числовому дослідному басейні. Результатами роботи є характеристики хвиль та хвильові сили.

Експериментальне дослідження впливу хвиль на плаваючий циліндр описане у роботі [14]. Океанські хвилі моделюються у хвильовому лотку (small-sized wave flume). Вивчається взаємодія хвиль із плаваючим циліндром, пришвартованим до берега. Наведені характеристики хвилювання та переміщення плаваючого тіла.

У роботі [15] досліджено взаємодію (reflection and transmission) плаваючого доку з нелінійними хвилями (nonlinear water waves) в умовах мілководдя. Наведені хвильові амплітуди для декількох комбінацій розмірів дока та глибин акваторії (amplitudes of the nonlinear reflected and transmitted waves). Теоретичні рішення – аналітичне й з використанням властивих функцій (analytically and by the method of matched eigen-function expansions) – підтверджені експериментами.

Рішення задачі про дифракцію монохроматичних та біхроматичних хвиль на нерухомому горизонтальному циліндричному тілі, що перетинає вільну поверхню, наведено у роботі [16]. Глибина рідини нескінченна, хвилювання, що набігає – поперечне або косе. Дифракційний потенціал використано для визначення сил, що діють на плавуче нафтосховище (тіло з напівеліптичними ватерлініями в носовій частині, прямокутними шпангоутами в середній частині й призматичною кормою).

Слід зазначити, що наведені вище об'єкти досліджень у роботах [5–15], а саме вертикальні і горизонтальні циліндри з круговим або прямокутним перерізом та плавуче нафтосховище у роботі [16], мають спрощені форми. Наведені у роботах характеристики хвиль навколо об'єктів важко зіставити з хвилюванням навколо тіл судноподібної форми. По-перше, прямокутні та кругові перетини циліндрів відрізняються від бульбових,  $U$ -подібних та  $V$ -подібних судових шпангоутних перетинів. По-друге, форми носового та кормового країв судна суттєво відрізняються від циліндричних.

В задачах гідродинаміки судна дифракційна задача розглядається відносно рідко. В загальному випадку область, що зайнята рідиною, нестационарна; гранична умова на вільній поверхні нелінійна. Тому оцінка взаємодії судна з таким хвилюванням – складна задача. До того ж, відомо [17], що для визначення гідродинамічних сил, які діють на судно при хитах, досить мати рішення більш простої задачі випромінювання.

Оцінка поведінки судна на сильному і екстремальному хвилюванні надана у роботі [17]. Враховані змінність змоченої поверхні та взаємозв'язки різних видів коливань. Використано модель подовженого судна, швидкість обмежена ( $Fr < 0.3$ ). Сумарний потенціал складається з потенціалу вільних хвиль кінцевої амплітуди, що набігають, та потенціалу лінійного обуреного руху рідини, ви-

кликаною присутністю в ній судна. Виконано лінеаризацію граничної задачі та поділ гідромеханічних сил. Дифракційні сили на миттєвій змоченій поверхні визначаються з використанням рішення задачі випромінювання.

Рішення дифракційної задачі у конкретних випадках потребує уточнення й спеціалізації граничних умов.

Для суден дифракційна задача вирішується при визначенні хвильових навантажень на глибокій воді або для визначення гідродинамічних сил при хита-виці на мілководді.

Потенціал випромінювання та дифракційний потенціал при поздовжній хита-виці судна, що рухається на значному мілководді, визначені у статті [18]. Використано метод зрощуваних асимптотичних розвинень (ЗАР) (matched asymptotic expansion method, МАЕМ). При русі на тихій воді визначені потенціали випромінювання для поздовжньо-горизонтальних, вертикальних і кільових коливань. Крім того, наведено вираження для складових дифракційного потенціалу при вертикальній хита-виці.

У роботі [19] наведено рішення чисельним методом тривимірної потенціальної задачі про коливання судна в рідині обмеженої глибини. Досліджено вплив зміни глибини на значення приєднаних мас і коефіцієнтів демпфірування, представлені результати розрахунків даних величин для різних типів суден.

Коливання шпангоутного контуру в рідині обмеженої глибини досліджене у статті [20]. Розглянуто двовимірну нелінійну потенціальну задачу. Граничні умови на контурі шпангоуту та вільній поверхні рідини нелінійні. Нелінійні сили визначаються з точністю до другого порядку. Розрахунки виконані для різних шпангоутних контурів. Досліджено вплив зміни відносної глибини на значення нелінійних сил.

У роботах [17–20] вивчається поведінка судна на хвилюванні, а профілі хвиль навколо судна не досліджуються.

Слід також зазначити представлені в статті [21] характеристики хвиль навколо судна, що рухається на глибокій воді. Рішення виконано методом відповідності (improved matching method). Область, яка зайнята рідиною, розділена на близьке поле (near-field) і далеке поле (far-field). У далекому полі використовується умова випромінювання. Гранична умова на вільній поверхні є лінійною. Судно замінюється системою особливостей. Характеристики цих особливостей і потенціал швидкостей близького поля визначаються подвійним способом. Перший – із застосуванням умов на вільній поверхні та на тілі в близькому полі. Другий – із застосуванням безперервності потенціалу швидкостей і його похідній по нормалі при переході через границю зон (matching surface). Такий спосіб близький до використаного у роботі авторів [3].

Нелінійні моделі вітрових хвиль у штормі й нелінійні гідромеханічні навантаження на корпус судна розглянуті в роботі [22]. Задача про взаємодію судна з помірковано нелінійними й нерегулярними хвилями вирішена із застосуванням теорії збурювань. Шуканий потенціал швидкостей збуреного руху рідини розкладений у ряд по ступенях малого параметра. У розкладанні залишене задане число перших членів ряду. Після підстановок і перетворень нелінійна спо-

чатку крайова задача доведена до серії лінійних крайових задач для складових потенціалів.

Ефективні прямі методи рішення задач про взаємодію суден із хвилюванням кінцевої амплітуди на мілководді у літературі не описані. Наближені рішення так чи інакше пов'язані з лінеаризацією граничних умов, спеціалізацією форми корпусу судна.

Хвильове поле трансформується навколо багатотоннажних суден на рейдовій стоянці. Хвилювання поблизу судна суттєво відрізняється від хвилювання на значному віддаленні від судна.

### **3. Мета і завдання дослідження**

Метою роботи є дослідження характеристик хвильового поля навколо судна, яке плаває без ходу на мілководній рейдовій стоянці під дією косих хвиль кінцевої амплітуди. Це дасть можливість визначити розміри зони трансформації хвилювання та висоти хвиль у цій зоні. Такі характеристики необхідно враховувати при оцінюванні безпеки роботи допоміжних (відносно малих) суден.

Для досягнення мети було поставлене таке завдання:

– за допомогою методу зрощуваних асимптотичних розвинень визначити рівняння хвильового профілю у завданих точках навколо судна, на яке набігає косе хвилювання кінцевої амплітуди на значному мілководді.

### **4. Матеріали й методи дослідження характеристик хвильового поля навколо судна на значному мілководді**

#### **4. 1. Обґрунтування вибору хвильової теорії**

При рішенні хвильових задач найчастіше завданими вважаються глибина акваторії та період хвилі. За статистичними даними [1] середні періоди й розподіли періодів вітрового хвилювання при переході з глибокої води на мілководдя майже не змінюються. Довжина, висота та інші характеристики хвиль визначаються за обраною хвильовою теорією – малої або кінцевої амплітуди.

У задачах динаміки судна на хвилюванні визначальними характеристиками є довжина й висота хвилі при даній глибині акваторії. Період і інші характеристики підлягають визначенню залежно від обраної теорії хвиль. Таким чином, для рішення дифракційної задачі важливо зручним образом задати рівняння профілю хвилі кінцевої амплітуди.

Значна частина українського сектору акваторії Чорного моря має глибину менш 100 м, при цьому середня глибина моря перевищує 1200 м. У Чорному морі період вітрових хвиль, як правило, не перевищує 9 с. Довжина такої хвилі в умовах глибокої води  $\lambda=126.5$  м. Повторюваність хвиль висотою 6 м та більше – менш одного відсотку, 5 м та більше – менш двох відсотків. Крутість таких хвиль відповідно  $h/\lambda=1/21$  та  $h/\lambda=1/25$  ( $h$  – висота хвилі).

Руйнування хвиль починається при критичній глибині  $H_{кр}=2h$ . Чим менше вихідна крутість хвиль глибокої води, тим більше зростає їхня висота й на меншій відносній глибині починається їхнє руйнування.

При глибині акваторії  $0.5\lambda > H > H_{кр}$  ( $H$  – глибина акваторії) в розрахунках використовується теорія нелінійних хвиль кінцевої амплітуди. Зокрема у статті

[23] – теорія Стокса п'ятого порядку. Характеристики хвиль у цій статті визначені за формулами з роботи [24]. Для дуже малих глибин ( $H < 0.1\lambda$ ) треба застосовувати теорію кноїдальних хвиль.

Поняття «мілководна акваторія» стосовно до судна пов'язане з відстанню між днищем судна й дном водойми. В роботі [23] показано, що навіть в умовах помірного (стосовно судна) мілководдя довжина хвилі, порівнянної з довжиною судна, у п'ять і більш разів перевищує глибину акваторії.

Приймемо, що на даній глибині хвилювання, що набігає на судно, не руйнується. Тоді вийде цілком певний діапазон довжин і висот хвиль [23], для якого профіль хвилі, що набігає, досить точно визначається по теорії Стокса п'ятого порядку. Для таких значень довжин і висот хвиль будемо вирішувати дифракційну задачу.

#### 4. 2. Формулювання дифракційної задачі

Розглянемо взаємодію нерухомого судна, що плаває на мілководді глибини  $H$  з хвилюванням кінцевої амплітуди, що набігає під довільним кутом. Вважаємо, що хвилі не доходять до стадії обвалення. Позначимо довжину хвилі  $\lambda$ , висоту хвилі  $h$ , швидкість розповсюдження хвилі  $c$ .

Впровадимо дві прямокутні системи координат: нерухому  $O\xi_0\eta_0\zeta_0$ , що характеризує рух рідини та пов'язану із судном  $Oxyz$  (рис. 1). Напрямок осі  $O\xi_0$  збігається з вектором швидкості хвилювання, що набігає. Курсовий кут хвилювання, що набігає  $\beta$  (між осями  $Ox$  та  $O\xi_0$ ) змінюється від  $0$  до  $360^\circ$ , позитивний напрям – проти годинникової стрілки від  $O\xi_0$  до  $Ox$ .

Рівняння профілю хвилі згідно [24] задається у вигляді:

$$\zeta_w = \sum_{j=1}^5 \zeta_{(j)} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^5 a^j b_j \cos(j\theta), \quad (1)$$

де  $k=2\pi/\lambda$  – хвильове число (частота форми);  $a$  – параметр висоти хвилі, визначається зі співвідношення:

$$kh = 2 \left[ a + a^3 B_{33} + a^5 (B_{35} + B_{55}) \right], \quad (2)$$

де  $b_j$  – безрозмірні коефіцієнти, що залежать від глибини акваторії й довжини хвилі;  $B_{33}, B_{35}, B_{55}$  – параметри профілю хвилі, визначаються по [24];

$$\theta = k(\xi_0 - ct) = k\xi_0 - \sigma t.$$

Відзначимо, що в роботі [17] сформульовано нелінійну задачу хитами судна. Там потенціал швидкостей хвилювання, що набігає, заданий у вигляді суми великої кількості гармонік нерегулярного хвилювання. У рівнянні (1) напрямки розповсюдження всіх складових однакові.

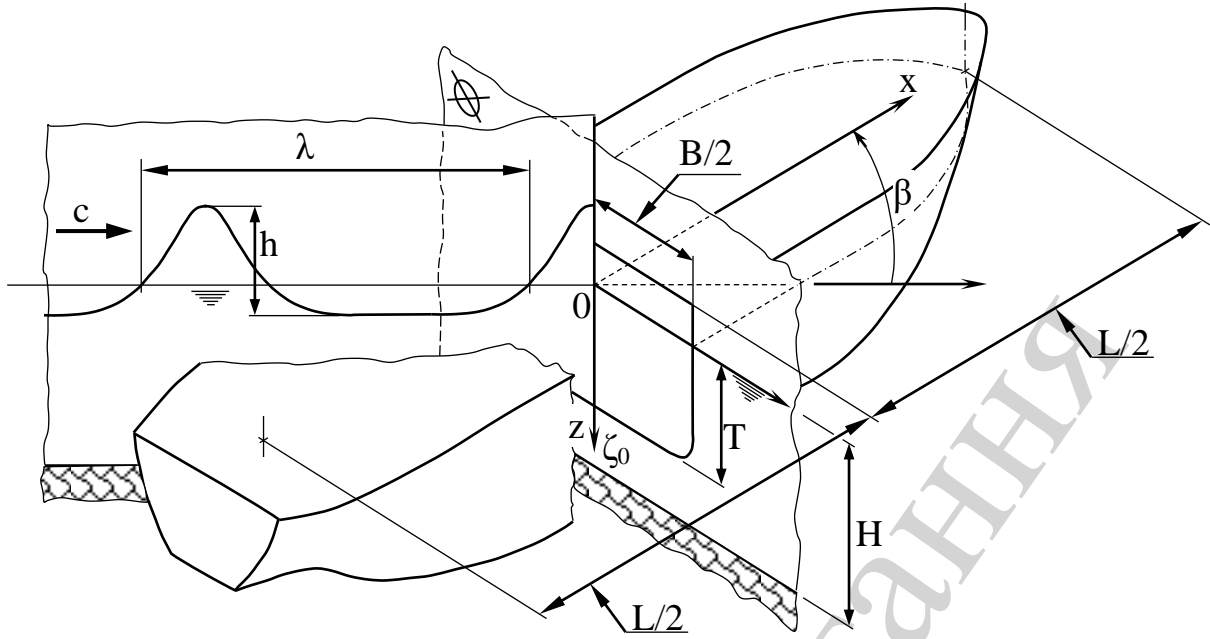


Рис. 1. Системи координат і характеристики хвилювання

Рідину вважаємо ідеальною, важкою, нестисливою, її рух потенціальним. У системі координат, пов'язаній із судном, де  $\xi_0 = x \cos \beta + y \sin \beta$ ,  $\xi_0 = z$ , збурений рух рідини описується потенціалом швидкостей  $\Phi^E(x, y, z, t)$ . Область його визначення  $E$  обмежена дном водойми  $D$ , змоченою поверхнею судна  $S$  та вільною поверхнею рідини  $\Sigma$ . Представимо потенціал  $\Phi^E$  у вигляді суми

$$\Phi^E(x, y, z, t) = \Phi^*(x, y, z, t) + \Phi^d(x, y, z, t), \quad (3)$$

де  $\Phi^*(x, y, z, t)$  – потенціал швидкостей хвилювання, що набігає;  $\Phi^d(x, y, z, t)$  – потенціал швидкостей дифрагovanого хвильового руху.

Потенціал швидкостей хвилювання, що набігає, відповідно до обраної форми запису хвильового профілю запишемо в системі координат  $Oxyz$  у вигляді [24]

$$\begin{aligned} \Phi^*(x, y, z, t) &= \sum_{j=1}^5 \Phi^{*(j)} = \\ &= \frac{\sigma}{k^2} \sum_{j=1}^5 a^j A_j \operatorname{ch}(jk(z-H)) \sin[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta - \sigma t)], \end{aligned} \quad (4)$$

де  $A_j$  – параметри потенціалу хвилі (безрозмірні функції, що залежать від  $kH$ ).

Зв'язок між хвильовим числом і частотою хвилювання  $\sigma = kc$  визначається формулою

$$\sigma^2 = kg \cdot \operatorname{th}(kH) \cdot (1 + a^2 C_1 + a^4 C_2) = kg \cdot \operatorname{th}(kH) \cdot C^*, \quad (5)$$



де  $C_1, C_2$  – параметри частоти хвилі, визначаються по [24].

Будемо вважати, що дифракція всіх  $\zeta_{(j)}$  на корпусі судна відбувається взаємно незалежно. Таке припущення можна зробити з огляду на характер складових хвилювання в формулі (1), а також вирази потенціалів у вигляді (3) і (4).

Потенціал першого порядку визначається формулою

$$\Phi^{*(1)} = \frac{\sigma}{k^2} a \frac{A_1^*}{\text{sh}(kH)} \times \text{ch}[k(z-H)] \cdot \sin[kx \cos \beta + ky \sin \beta - \sigma t], \quad (6)$$

де  $A_1^*$  – параметр потенціалу хвилі, визначається по [24].

Рішення дифракційної задачі для косих хвиль малої амплітуди  $r=h/2$ , що набігають на нерухоме судно в умовах мілководдя, наведено у роботі [3].

Відповідний потенціал хвилювання, що набігає, має вигляд:

$$\Phi^{*(1)} = \frac{rg}{\sigma} \frac{1}{\text{ch}(kH)} \times \text{ch}[k(z-H)] \cdot \sin(kx \cos \beta + ky \sin \beta - \sigma t). \quad (7)$$

Структура та розмірність виразень (6) і (7) однакові. Відрізняється тільки форма запису розмірного множника. Формулу (6) можна переписати у вигляді:

$$\Phi^{*(1)} = K \frac{r_{(1)}^* g}{\sigma} \frac{\text{ch}[k(z-H)]}{\text{ch}(kH)} \times \sin(kx \cos \beta + ky \sin \beta - \sigma t), \quad (8)$$

де  $r_{(1)}^* = aA_1^*/k$  – амплітудний коефіцієнт хвилі першого порядку;  $K = \frac{\sigma^2}{kg \text{th}(kH)}$

– допоміжний коефіцієнт.

Коефіцієнт  $K$  однаковий для всіх складових потенціалу у формулі (4). Для хвиль другого й більш високих порядків виходить

$$r_{(j)}^* = \frac{a^j A_j^*}{k} = \frac{a^j A_j^*}{k} \cdot \frac{\text{ch}(jkH)}{\text{ch}(jkH)}, \quad (9)$$

де  $A_j^*$  – параметри потенціалу хвилі, визначаються по [24].

Тоді

$$\begin{aligned}
\Phi^*(x, y, z, t) &= \frac{g}{\sigma} \frac{K}{\operatorname{ch}(kH)} \times \\
&\times \sum_{j=1}^5 r_{(j)}^* \operatorname{ch}[jk(z-H)] \cdot \sin[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta t - \sigma t)] = \\
&= \sum_{j=1}^5 \frac{r_{(j)} g K_{(j)}}{\sigma} \frac{\operatorname{ch}[jk(z-H)]}{\operatorname{ch}(jkH)} \cdot \sin[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta t - \sigma t)].
\end{aligned} \tag{10}$$

Форма запису всіх складових потенціалу швидкостей хвилювання, що на- бігає, збігається з використаною в роботі [3]. Це дозволяє застосувати для рі- шення дифракційної задачі техніку, надану в роботі [3]. Представимо потенціал  $\Phi^d(x, y, z, t)$ , у вигляді

$$\Phi^*(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^5 \left[ \Phi_c^{*(j)} \cos(j\sigma t) + \Phi_s^{*(j)} \sin(j\sigma t) \right], \tag{11}$$

де амплітудні функції дорівнюють відповідно

$$\begin{cases} \Phi_c^{*(j)} \\ \Phi_s^{*(j)} \end{cases} = \frac{r_{(j)} g K_{(j)}}{\sigma} \frac{\operatorname{ch}[jk(z-H)]}{\operatorname{ch}(jkH)} \begin{cases} \sin[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta t)] \\ -\cos[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta t)] \end{cases}, \tag{12}$$

Для кожного  $\Phi^{*(j)}$ ,  $j = 1, \dots, 5$  визначається відповідний потенціал швид- костей дифрагованого хвильового руху  $\Phi^{d(j)}$ .

Крайові задачі для всіх складових дифракційного потенціалу включають умову гармонійності та граничні умови:

- на вільній поверхні рідини  $\Sigma$ ;
- на змоченій поверхні судна  $S$ ;
- на дні водойми  $D$ .

Існує також умова загасання дифрагованих хвиль на нескінченному вида- ленні від судна. Крім того, кожний потенціал  $\Phi^{d(j)}$  повинен задовольняти принципу випромінювання. Представимо  $\Phi^{d(j)}$  у вигляді суми

$$\Phi^{d(j)}(x, y, z, t) = \Phi_c^{d(j)} \cos(j\sigma t) + \Phi_s^{d(j)} \sin(j\sigma t). \tag{13}$$

Тоді амплітудні функції  $\Phi_c^{d(j)}$  та  $\Phi_s^{d(j)}$  повинні задовольняти наступним диференціальним системам:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_{c,s}^{d(j)}(x, y, z) = 0, \quad (x, y, z) \in E; \tag{14}$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_{c,s}^{d(j)}(x, y, z) = 0, \quad (x, y, z) \in E; \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Phi_{c,s}^{d(j)}(x, y, H)}{\partial z} = 0, \quad (x, y) \in ]-\infty; \infty[; \quad (16)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left( \overline{\text{grad}} \Phi_{c,s}^{d(j)}(x, y, z) \right) = 0, \quad (x, y, z) \in E, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Phi_{c,s}^{d(j)}(x, y, z)}{\partial N} = - \frac{\partial \Phi_{c,s}^{*(j)}(x, y, z)}{\partial N}, \quad (x, y, z) \in S. \quad (18)$$

Далі індекс « $d$ » в описах дифракційних потенціалів опущений.

Будемо вважати судно подовженим тілом. Уточнимо вид нормальної похідної потенціалу на змоченій поверхні  $S$ . Аналогічно тому, як це зроблене в роботі [3], одержимо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_c^{(j)}(x, y, z)}{\partial N} &= B_c^{EV(j)} + B_c^{OD(j)}; \\ \frac{\partial \Phi_s^{(j)}(x, y, z)}{\partial N} &= B_s^{EV(j)} + B_s^{OD(j)}. \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} B_c^{EV(j)} \\ B_s^{EV(j)} \end{array} \right\} &= \frac{r_{(j)} g K_{(j)}(jk)}{\sigma \text{ch}(jkH)} \text{sh}[jk(z-H)] \times \\ &\times \cos(\bar{N}, z) \left\{ \begin{array}{l} -\sin[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta)] \\ \cos[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta)] \end{array} \right\}; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} B_c^{OD(j)} \\ B_s^{OD(j)} \end{array} \right\} &= - \frac{r_{(j)} g K_{(j)}(jk \sin \beta)}{\sigma \text{ch}(jkH)} \text{ch}[jk(z-H)] \times \\ &\times \cos(\bar{N}, y) \left\{ \begin{array}{l} \cos[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta)] \\ \sin[j(kx \cos \beta + ky \sin \beta)] \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким чином, кожний дифракційний потенціал  $\Phi^{(j)}$  дорівнює сумі чотирьох складових:

$$\Phi^{(j)} = \sum_{i=1}^4 \Phi_i^{(j)}. \quad (22)$$

Дифракційні потенціали  $\Phi^{(j)}$  (кожний окремо) визначаються методом зрощуваних асимптотичних розвинень (ЗАР) так, як показано нижче.

#### 4. 3. Визначення потенціалів дифрагованого хвильового руху

Згідно до процедури застосування методу ЗАР, умовно розділимо область, яка зайнята рідиною, на зони: зовнішню, де  $(y/L)=O(1)$ , і внутрішню, у якій  $(y/L)=O(\varepsilon)$ ,  $\varepsilon \ll 1$ .

Граничний перехід  $\varepsilon \rightarrow 0$  при  $y$  та  $z$ , фіксованих у зовнішній зоні, перетворює корпус судна у відрізок  $\Delta = \{-L/2 \leq x \leq L/2, y=z=0\}$ . Область  $E$  перетворюється в область  $\bar{E}_0$  (шар рідини  $0 \leq z \leq H$  з вирізаним відрізком  $\Delta$ ). Вільна поверхня  $\Sigma$  перетворюється у площину  $\bar{\Sigma}_0$  (площина  $z=0$  з вирізаним відрізком  $\Delta$ ). У зовнішній зоні крайові задачі не включають граничні умови на змоченій поверхні судна.

У внутрішній зоні вводяться розтягнуті координати  $Y=y/\varepsilon$ ,  $Z=z/\varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ . Рух рідини з точністю до малих  $O(\varepsilon)$  вважається двовимірним. Область, зайнята рідиною, являє собою смугу з виключеним шпангоутним контуром  $L(x)$ . У цій задачі відсутня гранична умова на нескінченному видаленні від судна.

У кожній зоні формулюються окремі крайові задачі. Їх рішення асимптотично зрощуються на границі зон. Одержане наближене рішення рівномірно придатне у всій області, яка зайнята рідиною.

Остаточні вираження для складових дифракційного потенціалу записуються у вигляді:

$$\begin{aligned} \Phi_{c,s(1)}^{(j)}(x, y, z) = \\ = \frac{jk}{2} \operatorname{ch}[jk(z-H)] V(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Q_c(\xi, jk) \left\{ \begin{matrix} N_0(jkR) \\ -J_0(jkR) \end{matrix} \right\} d\xi; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{c,s(3)}^{(j)}(x, y, z) = \\ = \frac{jk}{2} \operatorname{ch}[jk(z-H)] V(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Q_s(\xi, jk) \left\{ \begin{matrix} J_0(jkR) \\ N_0(jkR) \end{matrix} \right\} d\xi; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned}\Phi_{c,s(2)}^{(j)}(x, y, z) = \\ = \frac{jky}{2} \operatorname{ch}[jk(z-H)] V(jkH) \times \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{P_c(\xi, jk)}{R} \begin{Bmatrix} N_1(jkR) \\ -J_1(jkR) \end{Bmatrix} d\xi; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}\Phi_{c,s(4)}^{(j)}(x, y, z) = \\ = \frac{jky}{2} \operatorname{ch}[jk(z-H)] V(jkH) \times \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{P_s(\xi, jk)}{R} (\xi, jk) \begin{Bmatrix} J_1(jkR) \\ N_1(jkR) \end{Bmatrix} d\xi. \end{aligned} \quad (26)$$

де  $\xi$  – змінна інтегрування по довжині судна;

$$R = \sqrt{(x - \xi)^2 + y^2};$$

$$V(jkH) = \frac{\operatorname{ch}(jkH)}{2jkH + \operatorname{sh}(2jkH)};$$

$J_0, N_0$  – функції Бесселя та Неймана нульового порядку дійсного аргументу;  
 $J_1, N_1$  – функції Бесселя та Неймана першого порядку дійсного аргументу відповідно.

Функції  $P_{c,s}$  і  $Q_{c,s}$  визначаються при рішенні задач у внутрішній зоні. Розрахункові формули з використанням зовнішніх змінних наведені нижче. При обчисленні функцій  $P_{c,s}$  і  $Q_{c,s}$  використовуються відповідно:  $B_C^{EV(j)}$  – для  $Q_c$ ;  $B_S^{EV(j)}$  – для  $Q_s$ ;  $B_C^{OD(j)}$  – для  $P_c$ ;  $B_S^{OD(j)}$  – для  $P_s$ .

Докладно визначення потенціалу швидкостей дифрагованого хвильового руху рідини при довільному курсовому куті хвилювання наведене в роботі [25].

#### 4. 4. Визначення характеристик хвилювання поблизу судна

Наведене вище теоретичне рішення дифракційної задачі використане для визначення профілів хвиль в заданих точках навколо корпусу судна, що плаває без ходу в мілководній акваторії.

Рівняння хвильового профілю записується у вигляді:

$$\begin{aligned}
\varsigma_w &= -\frac{1}{g} \frac{d}{dt} \Phi^E(x, y, 0, t) = \\
&= -\frac{1}{g} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{j=1}^5 \left[ \Phi^{*(j)}(x, y, 0, t) + \sum_{i=1}^4 \Phi_{(i)}^{(j)}(x, y, 0, t) \right] \right\} = \\
&= \sum_{j=1}^5 \left[ r_c^{(j)} \cos(j\sigma t) + r_s^{(j)} \sin(j\sigma t) \right],
\end{aligned} \tag{27}$$

де складові хвильового профілю задані формулами:

$$\begin{aligned}
r_c^{(j)} &= r_{(j)} K_{(j)} \cos \left[ j(kx \cos \beta + ky \sin \beta) \right] + \sum_{i=1}^4 \varsigma_{s(i)}^{(j)}; \\
r_s^{(j)} &= r_{(j)} K_{(j)} \sin \left[ j(kx \cos \beta + ky \sin \beta) \right] - \sum_{i=1}^4 \varsigma_{c(i)}^{(j)}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Складові дифрагованого хвилювання  $\varsigma_{c(i)}^{(j)}, \varsigma_{s(i)}^{(j)}$ ,  $i = 1 \div 4$ ,  $j = 1 \div 5$  з урахуванням підстановки  $z=0$  та парності функції  $\text{ch}(jkH)$  визначаються за формулами:

$$\varsigma_{c(1)}^{(j)} = \frac{\sigma j k}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Q_c(\xi, jk) N_0(jkR) d\xi; \tag{29}$$

$$\varsigma_{c(2)}^{(j)} = y \frac{\sigma j k}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{P_c(\xi, jk)}{R} N_1(jkR) d\xi; \tag{30}$$

$$\varsigma_{c(3)}^{(j)} = \frac{\sigma j k}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Q_s(\xi, jk) J_0(jkR) d\xi; \tag{31}$$

$$\varsigma_{c(4)}^{(j)} = y \frac{\sigma j k}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{P_s(\xi, jk)}{R} J_1(jkR) d\xi; \tag{32}$$

$$\varsigma_{s(1)}^{(j)} = -\frac{\sigma j k}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Q_c(\xi, jk) J_0(jkR) d\xi; \tag{33}$$

$$\varsigma_{s(2)}^{(j)} = -y \frac{\sigma jk}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{P_c(\xi, jk)}{R} J_1(jkR) d\xi; \quad (34)$$

$$\varsigma_{s(3)}^{(j)} = \frac{\sigma jk}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} Q_s(\xi, jk) N_0(jkR) d\xi; \quad (35)$$

$$\varsigma_{s(4)}^{(j)} = y \frac{\sigma jk}{2g} E(jkH) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{P_s(\xi, jk)}{R} N_1(jkR) d\xi, \quad (36)$$

де

$$E(jkH) = \frac{1}{\frac{2jkH}{\operatorname{ch}^2(jkH)} + 2\operatorname{th}(jkH)}.$$

При виконанні розрахунків кожний шпангоутний контур  $L(x)$  задається у вигляді наборів точок. Точки ділять контур на досить малі елементи, кожний з яких розглядається як прямолінійний відрізок. Розрахункові формули перетворюються з урахуванням переходу від інтегрування до підсумовування по точках.

Функції  $P_{c,s}$  і  $Q_{c,s}$  обчислюються для кожного шпангоутного контуру  $L(x)$ , тобто для фіксованого  $x$ .

$$\left. \begin{matrix} P_{c,s}^{(j)} \\ Q_{c,s}^{(j)} \end{matrix} \right\} = 2 \int_{-\frac{b(x)}{2}}^{\frac{b(x)}{2}} e^{-jk\eta_0(u)} \left\{ \begin{matrix} T_1^{(j)}(u) \sin(jku) + T_2^{(j)}(u) \cos(jku) \\ T_1^{(j)}(u) \cos(jku) - T_2^{(j)}(u) \sin(jku) \end{matrix} \right\} du, \quad (37)$$

де  $b(x)$  – ширина шпангоутного контуру  $L(x)$ ;  $u$  – змінна інтегрування по ширині;  $\eta_0(u)$  – рівняння контуру  $L(x)$ ;

$$T_1^{(j)} = jkA(u) + B(u) \sqrt{1 + \left[ \frac{d\eta_0(u)}{du} \right]^2}; \quad (38)$$

$$T_2^{(j)} = jkA(u) \frac{d\eta_0(u)}{du}. \quad (39)$$

У формули (38) і (39) входять значення потенціалу швидкостей  $A(u)$  і нормальної похідної потенціалу  $B(u)$  на контурі  $L(x)$  для кожної складової дифракційного потенціалу з формули (13). Індеси опущені для спрощення запису. Значення нормальних похідних визначені граничними умовами (19)–(21). Потенціали на контурі невідомі, оскільки ці потенціали і є рішенням задачі. Згідно з практикою застосування функцій Кочіна у хвильових задачах, замість  $A(u)$  у формули (38), (39) підставляється значення потенціалу при нескінченній частоті.

Слід зазначити, що використовувані розрахункові процедури не орієнтовані на яку-небудь спеціальну форму шпангоутних контурів.

### 5. Результати досліджень хвильового поля поблизу судна

При рішенні лінійної дифракційної задачі у роботі [3] найсуттєвіші зміни характеристик хвиль спостерігалися з боку набігання. Слід мати на увазі, що бонопостановники або нафтосміттезбирачі мають працювати у будь-якому місці навколо аварійного судна. Тому при рішенні нелінійної дифракційної задачі треба у першу чергу проаналізувати хвилі з боку набігання.

У порівнянні з роботою [3] кількість варійованих параметрів зменшено. Обрані найменші два значення глибини акваторії, оскільки розглядається значення мілководдя. Одна найменша з наведених у роботі [3] довжина хвилі обрана тому, що саме для неї спостерігалися найбільші висоти стоячих хвиль. Для обраних значень  $H/T$  та  $\lambda/L$  величина числа Урселла [1]  $N_{URS} = H\lambda^2/h^3$ , за допомогою якого оцінюється придатність теорій хвилеутворення, менше за 26. Тому для розрахунків можна використовувати теорію Стокса п'ятого порядку.

Згідно із практикою визначення висот хвиль кінцевої амплітуди прийнято:  $h/\lambda = 1/20, 1/30, 1/40$ , тобто відповідні висоти  $h = 5.04$  м,  $h = 3.36$  м,  $h = 2.52$  м. За даними [26] в українському секторі акваторії Чорного моря висота хвиль  $h_{3\%} = 5$  м дуже рідко перевищується. Цьому значенню  $h_{3\%}$  відповідає висота «значних» (significant) хвиль  $h_{3\%} = h_s = 3.76$  м або середня висота  $\bar{h} = 2.37$  м. Для таких висот при  $\lambda = 100.8$  м крутість буде відповідно  $h/\lambda = 1/27$  та  $h/\lambda = 1/42$ . Отже значення містяться у завданому діапазоні. Слід також зазначити, що для допоміжних суден завдана довжина хвилі досить велика.

По формулах, що наведені вище, були виконані розрахунки хвильових профілів у заданих точках спостереження навколо судна. Точки спостереження обрані такі самі, що при використанні лінійної теорії у роботі [3].

Ці точки утворюють сітку. Координати точок перебувають у межах  $|x| \leq L$ ,  $|y| \leq (L+B/2)$ . Точки усередині контуру ватерлінії судна виключені. Крок по абсцисах і ординатах сітки –  $0.0125L$ . Таке розташування точок обране за результатами чисельних експериментів. При цьому забезпечено задовільна точність наступних розрахунків, а кількість вихідних даних найменша.

У вузлах сітки визначаються косинусна та синусна складові  $r_c^{(j)}$  та  $r_s^{(j)}$  (27), які надалі використовуються для розрахунків хвильових профілів (26).

У якості об'єкта досліджень, як і в роботі [3], обране хвильове поле навколо балкера типу "Зоя Космодем'янська". Головні розміри судна: довжина



215.4 м, довжина між перпендикулярами  $L=201.6$  м, ширина  $B=31.8$  м, осадка  $T=11.73$  м.

З урахуванням результатів роботи [3] розрахунки хвильових профілів виконувалися для відносної довжини хвилі  $\lambda/L=0.5$ . Інші варійовані параметри такі:

- відносна глибина акваторії  $H/T=1.1, 1.3$ ;
- курсові кути хвилювання, що набігає  $\beta=90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ$ ;
- моменти часу  $t/\tau=0.25, 0.5, 1.0$ .

За результатами розрахунків для всіх комбінацій вихідних даних отримані відносні хвильові профілі

$$\bar{\zeta}_w(x, y, t) = 2\zeta_w(x, y, t) / h.$$

Як приклад, нижче наведені хвильові профілі для  $x=0$  (площина міделевого перетину судна) у різні моменти часу з боку набігання. На рис. 2 показано вплив крутості хвиль на хвильовий профіль при незмінній глибині. На рис. 3 показано вплив зміни глибини на хвильовий профіль при поперечному набіганні хвиль однакової крутості. На рис. 4 показано вплив зміни глибини на хвильовий профіль при косому набіганні хвиль однакової крутості. На всіх рисунках  $y=0$  співпадає з бортом судна.

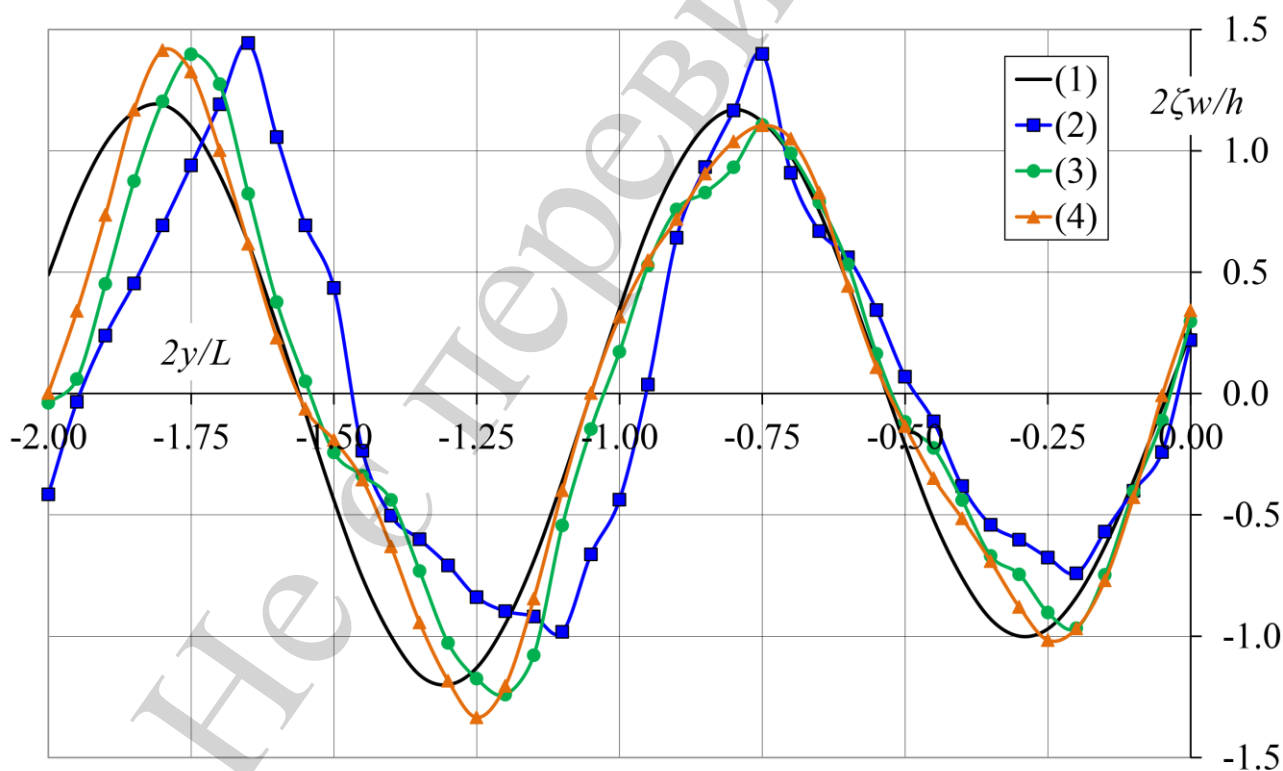


Рис. 2. Хвильові профілі навколо корпусу судна (бік набігання) при різних значеннях крутості хвиль  $H/T=1.1$ ,  $t=\tau$ ,  $\beta=90^\circ$ : 1 – лінійна теорія; 2 –  $h/\lambda=1/20$ ,  $N_{URS}=23.8$ ; 3 –  $h/\lambda=1/30$ ,  $N_{URS}=15.9$ ; 4 –  $h/\lambda=1/40$ ,  $N_{URS}=11.9$

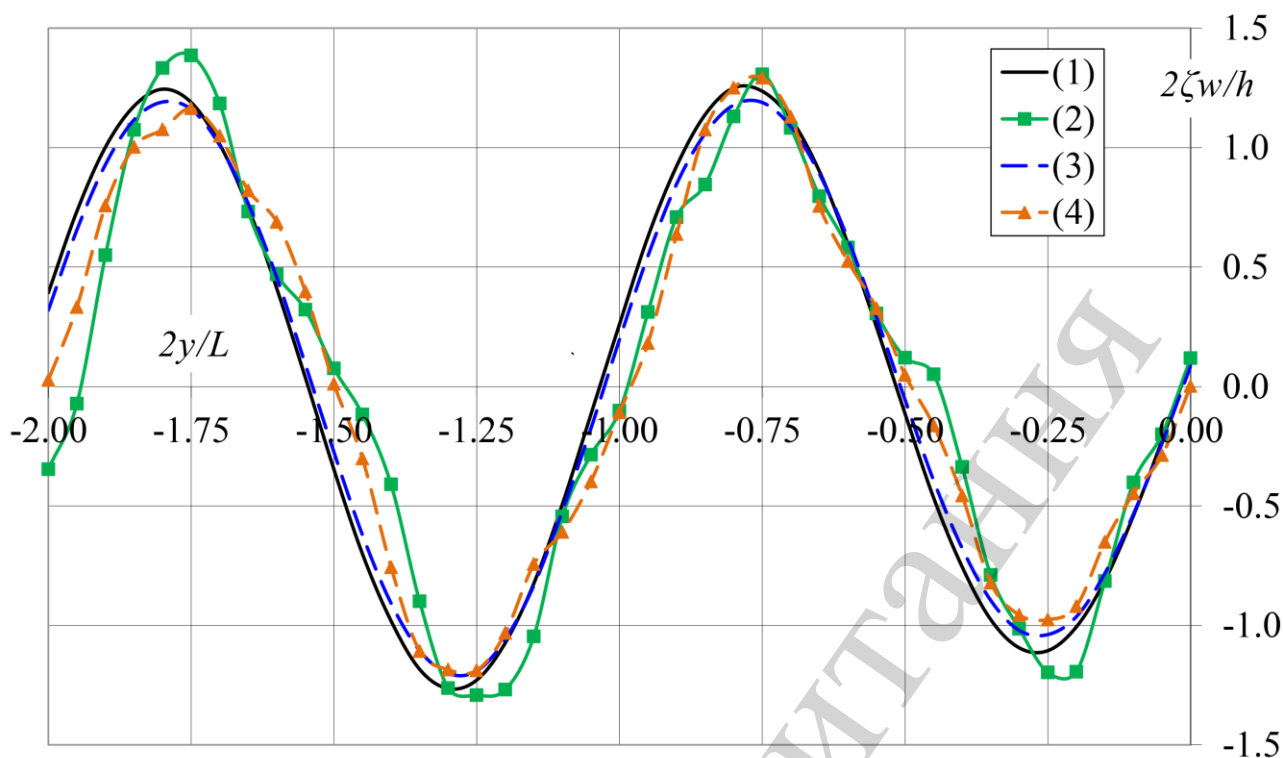


Рис. 3. Хвильові профілі навколо корпусу судна (бік набігання) при різних значеннях глибини акваторії  $t=\tau/4$ ,  $\beta=90^\circ$ : 1 –  $H/T=1.1$ , лінійна теорія; 2 –  $H/T=1.1$ ,  $h/\lambda=1/30$ ,  $N_{URS}=15.9$ ; 3 –  $H/T=1.3$ , лінійна теорія; 4 –  $H/T=1.3$ ,  $h/\lambda=1/30$ ,  $N_{URS}=9.6$

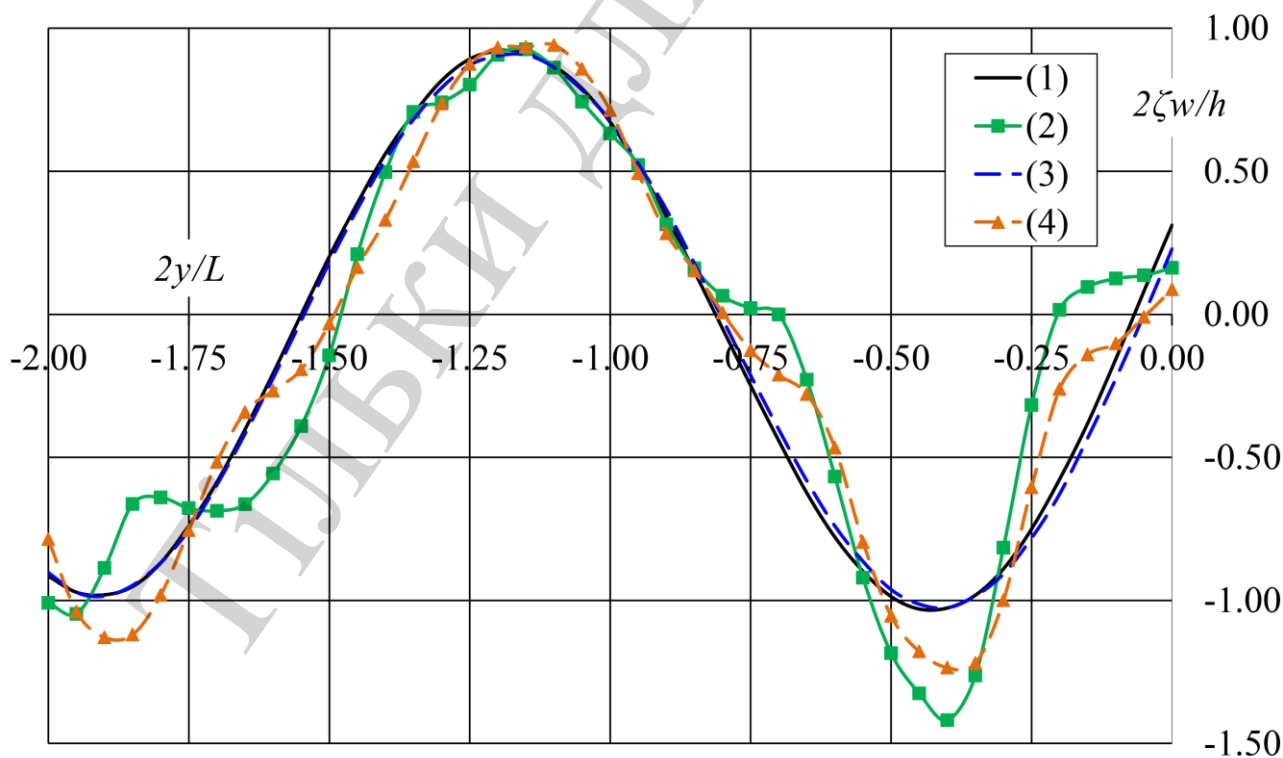


Рис. 4. Хвильові профілі навколо корпусу судна (бік набігання) при різних значеннях глибини акваторії  $t=\tau/2$ ,  $\beta=135^\circ$ : 1 –  $H/T=1.1$ , лінійна теорія; 2 –  $H/T=1.1$ ,  $h/\lambda=1/30$ ,  $N_{URS}=15.9$ ; 3 –  $H/T=1.3$ , лінійна теорія; 4 –  $H/T=1.3$ ,  $h/\lambda=1/30$ ,  $N_{URS}=9.6$

Для порівняння на всіх рисунках наведені результати розрахунку відповідних хвильових профілів із застосуванням лінійної теорії

## **6. Обговорення результатів визначення хвильового поля поблизу судна**

При порівнянні хвильових профілів, визначених за лінійною та нелінійною теоріями, установлені спільні та відмінні риси.

Спільні риси:

- поблизу судна з боку набігання виникають стоячі хвилі (рис. 2–4);
- у пучностях висоти хвиль збільшені у порівнянні з висотою хвиль далеко від судна (рис. 2–4);
- пучності хвиль віддалені одна від одної на відстань, що приблизно дорівнює половині довжини хвилі (рис. 2–4);
- розташування пучностей залежить від курсового кута хвилювання (рис. 3, 4);
- розташування пучностей хвиль мало змінюється із глибиною акваторії (рис. 3);
- між пучностями розташовані зони зменшення коливань (рис. 2–4).

Відмінні риси:

- збільшення відносних висот гребенів нелінійних стоячих хвиль більш помітно (від 10 до 20 %), ніж лінійних (рис. 2);
- абсолютні висоти гребенів нелінійних стоячих хвиль, як і очікувалося, більші, ніж лінійних (рис. 2);
- пучності нелінійних хвиль тим ближче до корпусу судна, чим крутіші хвилі (рис. 2);
- пучності нелінійних хвиль ближче до корпусу судна ніж пучності лінійних хвиль (рис. 2).

Наведені вище спільні риси лінійних та нелінійних хвильових профілів спостерігаються в усіх шпангоутних перетинах. Відмінні риси цілком залежать від розташування шпангоутного перетину по довжині судна.

Таким чином, використання нелінійної теорії дозволяє точніше враховувати зміни, яке вносить судно, що знаходиться на значному мілководді, у хвильове поле рейдової стоянки. Надане дослідження дозволяє визначити розміри і конфігурацію зони трансформації хвилювання навколо судна, а також висоти хвиль у цій зоні.

Слід відмітити, що характеристики зони трансформації хвиль більш за все залежать від курсового кута хвилювання. Тому при косому набіганні треба збільшувати розміри сітки, яку утворюють точки спостереження, тобто межі сітки мають бути  $|x| \leq 2L$ ,  $|y| \leq (2L + B/2)$ .

Обмеження наданого дослідження пов'язані з використанням теорії хвиль Стокса п'ятого порядку для обраних значень глибини акваторії. Зокрема для глибини  $H=12.90$  м довжина хвилі  $\lambda=100.8$  м є найбільшою припустимою. Для довгіших хвиль та інших глибин треба вживати або кноїдальну теорію хвиль, або теорію хвиль Стокса вищих порядків. Обрання методики розрахунку та верифікація результатів для довгих хвиль передбачається на наступному етапі роботи.

## 7. Висновки

Наведені рівняння хвильового профілю у заданих точках навколо судна, визначені за допомогою метода зрощування асимптотичних розвинень. Косе хвилювання кінцевої амплітуди набігає на подовжене нерухоме судно на значному мілководді. Надано спосіб застосування існуючого рішення лінійної дифракційної задачі для хвиль кінцевої амплітуди. Виконані розрахунки хвильових профілів у фіксовані моменти часу в заданих точках спостереження за нелінійною та лінійною теоріями. Варійованими параметрами є глибина акваторії, крутість хвилі і курсовий кут хвилювання. Наведені приклади відносних хвильових профілів. Показано, що лінійні та нелінійні хвильові поля біля судна якісно схожі. Відносні висоти гребенів нелінійних стоячих хвиль збільшуються на 10–20 % у порівнянні з лінійними. Відносні висоти гребенів результуючих стоячих хвиль не перевищують відносних висот гребенів далеко від судна. Кількісні відмінності пов'язані більш за все із впливом крутості хвиль, меншою мірою з глибиною акваторії.

## Література

1. Лопатухин, Л. И. (2012). Ветровое волнение. СПб.: ВВМ, 165.
2. Manual on oil pollution - Section IV: Combating oil spills (2005). International Maritime Organization, 212.
3. Efremova, N., Nilva, A., Kotovskaya, N., Dryha, M. (2017). Determining the characteristics of diffracted waves of small amplitude around a vessel in shallow water. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2 (5 (86)), 59–67. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.99312>
4. Isobe, M. (2013). Evolution of basic equations for nearshore wave field. *Proceedings of the Japan Academy, Series B*, 89(1), 34–50. doi: <https://doi.org/10.2183/pjab.89.34>
5. Hayatdavoodi, M., Neill, D. R., Ertekin, R. C. (2018). Diffraction of cnoidal waves by vertical cylinders in shallow water. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 32 (5), 561–591. doi: <https://doi.org/10.1007/s00162-018-0466-0>
6. Zhu, S.-P., Mitchell, L. (2009). Diffraction of ocean waves around a hollow cylindrical shell structure. *Wave Motion*, 46 (1), 78–88. doi: <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2008.09.001>
7. Zhu, S.-P., Mitchell, L. (2010). Combined diffraction and radiation of ocean waves around an OWC device. *Journal of Applied Mathematics and Computing*, 36 (1-2), 401–416. doi: <https://doi.org/10.1007/s12190-010-0410-y>
8. Zhong, Z., Wang, K. H. (2009). Modeling fully nonlinear shallow-water waves and their interactions with cylindrical structures. *Computers & Fluids*, 38 (5), 1018–1025. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2008.01.032>
9. Wang, C. Z., Mitra, S., Khoo, B. C. (2011). Second-order wave radiation by multiple cylinders in time domain through the finite element method. *Ocean Systems Engineering*, 1 (4), 317–336. doi: <https://doi.org/10.12989/ose.2011.1.4.317>
10. Goren, O., Calisal, S. M. (2011). Second-order wave diffraction by horizontal rectangular barriers. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 38 (5), 546–555. doi: <https://doi.org/10.1139/111-027>

11. Bai, W., Teng, B. (2013). Simulation of second-order wave interaction with fixed and floating structures in time domain. *Ocean Engineering*, 74, 168–177. doi: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2013.07.014>
12. Bonet Chaple, R. P. (2013). Refraction and diffraction of water waves using finite elements with a DNL boundary condition. *Ocean Engineering*, 63, 77–89. doi: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2012.10.006>
13. Aggarwal, A., Chella, M. A., Kamath, A., Bihs, H., Arntsen, Ø. A. (2016). Irregular Wave Forces on a Large Vertical Circular Cylinder. *Energy Procedia*, 94, 504–516. doi: <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2016.09.223>
14. Song, J., So, S.-H., Lim, H.-C. (2016). Dynamic characteristics between waves and a floating cylindrical body connected to a tension-leg mooring cable placed in a simulated offshore environment. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 8 (4), 375–385. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2016.05.003>
15. Sulisz, W. (2013). Reflection and transmission of nonlinear water waves at a semi-submerged dock. *Archives of Mechanics*, 65 (3), 237–260.
16. Newman, J. N. (2005). Second-Order Diffraction in Short Waves. *Journal of Ship Research*, 49 (4), 263–273.
17. Бородай, И. К. (Ред.) (2013). Мореходность судов и средств океанотехники. Методы оценки. СПб., 256.
18. Костров, И. С. (2009). Гидродинамика продольной качки судна, движущегося на значительном мелководье. *Вісник Одеського національного морського університету*, 27, 49–59.
19. Семёнова, В. Ю., Тан Хтун Аунг (2011). О влиянии мелководья на значения присоединенных масс и коэффициентов демпфирования судна. *Морские интеллектуальные технологии*, 1, 10–14.
20. Семенова, В. Ю., Со Чжо Ту (2012). Определение нелинейных сил второго порядка, возникающих при поперечной качке контура на тихой воде в условиях мелководья. *Морские интеллектуальные технологии*, 2, 22–26.
21. Du, S. X., Hudson, D. A., Price, W. G., Temarel, P. (2004). An improved matching method to solve the diffraction-radiation problem of a ship moving in waves. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 218 (3), 139–152. doi: <https://doi.org/10.1243/1475090041737930>
22. Сердюченко, А. Н. (1998). Динамика морских волн и судна в шторме с учетом нелинейных эффектов. *Гидромеханика*, 72, 112–134.
23. Демидюк, А. В., Ефремова, Н. В., Чернецкий, А. В. (2015). О назначении характеристик волнения при планировании экспериментов в опытовом бассейне ОНМУ. *Вісник Одеського національного морського університету*, 3, 145–156.
24. Kinnas, S. A. (2007). Notes on fifth-order gravity wave theory. *Fundamentals of offshore structures and design of fixed offshore platforms*. OTRC/UT Austin, 1–9.
25. Ефремова, Н. В. (2016). Применение метода сращиваемых асимптотических разложений к решению задачи о дифракции волнения конечной амплитуды.

литуды на судне в мелководной акватории. Вісник Одеського національного морського університету, 1, 18–31.

26. Исследование режима волнения в 10-мильной прибрежной зоне Черного моря от Дунайской Прорвы до порта Новороссийск, включая Керченский пролив (2008). СПб., 172.

Тільки для читання